



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar DOI - REBID - Mendeley -
 DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Puntos de Cambio en el Análisis de Supervivencia, Análisis Estadístico.

Authors: Guadalupe Yoanna ARENAS-MARTÍNEZ, Francisco Solano TAJONAR-SANABRIA,
 Hugo Adán CRUZ-SUÁREZ, Fernando VELASCO-LUNA

Editorial label ECORFAN: 607-8324
 BCIE Control Number: 2016-01
 BCIE Classification (2016): 221116-0101

Pages: 13
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.
 244 – 2 Itzopan Street
 La Florida, Ecatepec Municipality
 Mexico State, 55120 Zipcode
 Phone: +52 1 55 6159 2296
 Skype: ecorfan-mexico.s.c.
 E-mail: contacto@ecorfan.org
 Facebook: ECORFAN-México S. C.
 Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Bolivia	Honduras	China	Nicaragua
Cameroon	Guatemala	France	Republic of the Congo
El Salvador	Colombia	Ecuador	Dominica
Peru	Spain	Cuba	Haití
Argentina	Paraguay	Costa Rica	Venezuela
Czech Republic			

I. INTRODUCCIÓN

II. METODOLOGÍA

III. RESULTADOS

IV. CONCLUSIONES

V. REFERENCIAS

I. INTRODUCCIÓN

- El análisis de supervivencia es una línea de investigación de la estadística inferencial, que surge como una teoría paralela a la llamada “Teoría de confiabilidad” la cual tiene como propósito el estudio del tiempo de vida.
- En distintas ocasiones es más factible estudiar al modelo desde su función de riesgo ya que esta suele ser más explícita y tal es el caso de los modelos de durabilidad, los cuales asumen una función con tasa de riesgo que cambia en algunos puntos en un periodo muy corto de tiempo, y tales puntos son llamados puntos de cambio.

II.- METODOLOGIA

- El tiempo de vida o de falla se estudia a través de una variable aleatoria (v.a) T , es una variable aleatoria continua no negativa, la cual representa el tiempo de vida de un individuo que se encuentra en la población y que se encuentra en estudio, esta variable está definida en el intervalo de tiempo $[0, \infty)$. Sea $f(t)$ la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria T .

CONCEPTOS DE SUPERVIVENCIA

- **Definición 1.1.** La probabilidad de que un individuo sobreviva hasta un tiempo t está definida como

$$S(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(x)dx. \quad (1)$$

A la función $S(t)$ se le llama función de supervivencia de T .

- **Definición 1.2.** La función de riesgo asociada al tiempo de vida o de falla T esta dada por

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)}, \quad (2)$$

con $F(t) < 1$.

CONCEPTOS DE SUPERVIVENCIA

- **Teorema 1.3.** Si $S(0) = 1$, entonces

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(x) dx\right). \quad (3)$$

- **Corolario 1.4.** Si $h(t)$ es la función de riesgo de la variable aleatoria continua T entonces

$$f(t) = h(t)\exp\left(-\int_0^t h(x) dx\right). \quad (4)$$

CENSURA

- T_1, T_2, \dots, T_n es una muestra aleatoria de n individuos que representan su tiempo de vida y C_1, C_2, \dots, C_n son los correspondientes tiempos de censura. Se define a la función indicadora de censura como

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{si } T_i \leq C_i, \\ 0, & \text{si } T_i > C_i. \end{cases} \quad (5)$$

- Los datos obtenidos se analizan a través de las parejas (t_i, δ_i) desde $i = 1, \dots, n$, con $t_i = \min(T_i, C_i)$.
- Función de verosimilitud

$$L(t_i) = \prod_{i=1}^n f(t_i)^{\delta_i} S(t_i)^{1-\delta_i}. \quad (6)$$

MODELO CONSTANTE POR TRAMOS CON MÚLTIPLES PUNTOS DE CAMBIO

- Si T_1, T_2, \dots, T_n denotan los tiempos de vida o falla los cuales son independientes e idénticamente distribuidos y C_1, C_2, \dots, C_n son los tiempos de censura.
- **Definición 1.5.** Sea T el tiempo de vida o falla, se dice que T tiene múltiples puntos de cambio si su función de riesgo $h(t)$ esta dada por

$$h(t) = \begin{cases} \alpha_1, & 0 \leq t < \tau_1, \\ \alpha_2, & \tau_1 \leq t < \tau_2, \\ \vdots & \vdots \\ \alpha_{k+1}, & t > \tau_k, \end{cases} \quad (7)$$

en donde $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k$, k es el número de puntos de cambio en el modelo, y α_i es el valor que toma la función de riesgo en cada intervalo (τ_i, τ_{i+1}) .

MODELO CONSTANTE POR TRAMOS CON MÚLTIPLES PUNTOS DE CAMBIO

- Haciendo uso del Corolario 1.4, se tiene que $f(t)$ es

$$\begin{cases} \alpha_1 \exp[-\alpha_1 t], & 0 \leq t < \tau_1, \\ \alpha_2 \exp[-\alpha_1 \tau_1 - \alpha_2(t - \tau_1)], & \tau_1 \leq t < \tau_2, \\ \vdots & \vdots \\ \alpha_{k+1} \exp[-\alpha_1 \tau_1 - \dots - \alpha_{k+1}(t - \tau_k)], & t > \tau_k. \end{cases} \quad (8)$$

PRUEBA DE HIPOTESIS

- Podemos tratar el problema, como tipo secuencial, el cual constara de realizar una prueba de hipótesis, considerando que el modelo no tiene puntos de cambio en contra de que al menos el modelo tiene un punto de cambio, si se rechaza la hipótesis, se continua con la siguiente hipótesis.
- La prueba de hipótesis es la siguiente

$$H_0: \alpha_{k-1} = \alpha_k \quad v_s \quad H_1: \alpha_{k-1} \neq \alpha_k,$$

que es una manera equivalente de probar que $\tau_{k-1} = 0$, para $k = 2, 3, \dots, K$.

FUNCIÓN DE VEROSIMILITUD

- La función log-verosimilitud de $f(t)$ es

$$L(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = X(\tau_1) \log \alpha_1 + [X(\tau_2) - X(\tau_1)] \log \alpha_1 + \dots + [n_u - X(\tau_{k-1})] - \alpha_1 \sum_{i=1}^n (T_i \wedge \tau_1) - \alpha_2 \sum_{i=1}^n (T_i \wedge \tau_2 - \tau_1) I(T_i > \tau_1) - \dots - \alpha_2 \sum_{i=1}^n (T_i \wedge \tau_{k-1}) I(T_i > \tau_{k-2}) \quad (10)$$

III. RESULTADOS

- La simulación consta de 500 tiempos de vida y 500 tiempos de censura, independientes e idénticamente distribuidos, teniendo como resultado que $\tau_1 = 3.145$, $\tau_2 = 4.147$, $\alpha_1 = 0.131$, $\alpha_2 = 0.385$, $\alpha_3 = 0.351$, por lo que tenemos que la función de densidad del modelo es

$$f(t) = \begin{cases} 0.131 \exp[-0.131t], & 0 \leq t < 3.145, \\ 0.385 \exp[0.694 - 0.351t], & 3.145 \leq t < 4.147, \\ 0.351 \exp[0.6625 - 0.351t], & t > 4.147. \end{cases}$$

- Y la función de riesgo está dada por

$$h(t) = \begin{cases} 0.131, & 0 \leq t < 3.145, \\ 0.385, & 3.145 \leq t < 4.147, \\ 0.351, & t > 4.147. \end{cases}$$

IV.-CONCLUSIONES

- Este estudio nos da una manera simple de calcular los tiempos de falla o de vida, de un evento específico. Por lo que podemos concluir que entre más precisas sea la información que se obtenga del riesgo que tiene la población bajo estudio, más precisas serán las decisiones y conclusiones a las que se puede llegar. Los estimadores que se encontraron son estimadores de máxima verosimilitud, por lo que cumplen con las características de ser consistentes, tienen mínima varianza respecto al error cuadrado medio.

V.-REFERENCIAS

- De Boor Carl., A Practical Guide to Splines, Revised edition, Springer (2001).
- Hogg R., Introduction to mathematical Statistics, Pearson (2005).
- Kleinbaum D., Survival Analysis, Springer (2005).
- Lanchin J., Biostatistical Methods Wiley, (2000).
- Lawless J., Statistical Models and Methods for Lifetime Data, Wiley, (2003).
- Melody S., Survival Analysis with Change Point Hazard Functions, Revista Harvard University Biostatistics, Paper 40 (2006).
- Mendoza M., Importancia del análisis estadística secuencial, Comunicación interna, (1978).
- Meyer R., Probabilidad y aplicaciones estadísticas, Wesley, (1970).



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIE is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)